

Doctrina - Podještědské gymnázium, s.r.o.

**Oddíl E – učební osnovy  
VII.1.B**



# **MATEMATIKA**

**pro kvintu a sextu školního roku 2022/2023**

## VII.1.B – Matematika

### Charakteristika předmětu: MATEMATIKA ve vyšším stupni osmiletého studia

---

#### Obsah předmětu

Vzdělávací obsah vyučovacího předmětu matematika pro vyšší stupeň víceletého gymnázia vychází ze vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace (RVP G).

V matematice budeme realizovat průřezové téma Osobnostní a sociální výchova, které se prolíná všemi předměty na vyšším stupni gymnázia.

---

#### Časové vymezení předmětu

	vyučovací hodina	cvičení
kvinta	4	X
sexta	3	X
septima	3	X
oktáva	2	X

---

#### Organizace výuky

Předmět matematika je povinný pro všechny studenty kvinty až oktávy. Během těchto povinných hodin se studenti seznámí se všemi tématy obsaženými v RVP pro gymnázia. Pro zájemce o hlubší poznatky z matematiky je ve všech ročnících nabízen volitelný předmět Matematika rozšířená, který je určen také pro studenty, kteří se chtějí studiu matematiky věnovat na vysoké škole, popř. uvažují o státní maturitě z předmětu Matematika rozšiřující.

Výuka matematiky je uskutečňována částečně frontálním vyučováním s co největším zapojením studentů do společného odvozování poznatků, využívá se také problémové a skupinové vyučování, je kladen důraz i na časté využití digitálních technologií. V kvintě je jedna hodina výuky půlená, aby bylo možné lépe uplatnit individuální přístup ke studentům, byl prostor pro netradiční aktivity, soutěže a práci v počítačové učebně.

---

#### Výchovné a vzdělávací strategie

Matematickým vzděláním v průběhu vyššího stupně gymnaziálního vzdělání významně přispíváme k utváření a rozvoji klíčových kompetencí žáků. Matematika výrazně rozvíjí logické uvažování, abstraktní a analytické myšlení, učí srozumitelné a věcné argumentaci, formulaci problémů a jejich řešení, vyžaduje tvůrčí přístup a různorodé metody práce, podporuje samostatnost i nutnost spolupráce při řešení problémů. Významným aspektem je i rozvíjení geometrické představivosti, a to jak v rovině, tak v prostoru.

Těžiště výuky spočívá v aktivním osvojení strategie řešení úloh a problémů, v ovládnutí nástrojů potřebných pro vysokoškolské studium i pro běžný život,

## VII.1.B – Matematika

v pěstování schopnosti aplikace. Během studia si studenti uvědomují, že matematika nachází uplatnění ve většině oborů lidské činnosti, zejména v informatice, technice a ekonomii.

Podporujeme účast studentů v matematických soutěžích jako je Matematický klokan, matematická olympiáda, mezinárodní soutěž družstev Náboj a v korespondenčních soutěžích. Snažíme se tak vypěstovat u studentů trvalý zájem o matematiku, podchytit a rozvíjet matematický talent u nadaných studentů a připravovat studenty na úspěšné vysokoškolské studium.

### Kompetence k učení

- umožňujeme studentům vyzkoušet různé metody a formy činností: práce ve dvojicích nebo ve skupinách, soutěže v rámci třídy, práce s textem – důraz je kladen na pochopení matematického textu nebo naopak schopnost matematizace reálné situace, využívání konzultací, rozbor testů
- zařazujeme problémové úlohy, zejména na odvození nových poznatků nebo na řešení praktických úloh z běžného života
- průběžným hodnocením výsledků jejich práce studentům umožňujeme posoudit vlastní pokrok při učení, uvědomit si případné nedostatky a hledat cesty k jejich odstraňování
- modelováním situací, kreslením náčrtků v geometrii rozvíjíme u studentů prostorovou představivost

### Kompetence k řešení problémů

- přecházíme důsledně od jednoduššího problému ke složitějšímu (princip postupnosti)
- zařazujeme problémové úlohy z praktického života (rozbor úlohy, matematizace, zvolení vhodného postupu, odhad výsledku, ověření správnosti řešení)
- podporujeme řešení jedné úlohy více možnými postupy (porovnání efektivity, přesnosti výsledku, využití různých znalostí, ověření výsledku jiným postupem)
- vedeme studenty k účasti v matematických soutěžích, kde si ověří a prohloubí své vědomosti a schopnosti

### Kompetence komunikativní

- vyžadujeme používání odborné terminologie
- podporujeme komunikaci studentů při řešení problému: porozumění zadání, vyhodnocení informací, zformulování problému, zdůvodnění postupu řešení, formulace výsledků
- využíváme práci ve skupinách nebo ve dvojicích pro důslednější komunikaci, diskuzi řešení, obhajování postupů
- zařazujeme práci s odborným textem pro nácvik porozumění, vyhledání podstatných informací, zhodnocení
- vedeme studenty k dovednosti „číst“ grafy, diagramy a tabulky a vyhodnotit z nich informace

## VII.1.B – Matematika

### Kompetence sociální a personální

- vytváříme přátelskou a kolegiální atmosféru při hodinách, kdy se student nebojí říci svůj názor před ostatními studenty ani před pedagogem – nevhodná řešení se rozeberou a opraví, ale nezesměšňují
- rozebíráme při hodinách se studenty jejich výkony a pokroky a vedeme je ke schopnosti objektivně zhodnotit vědomosti a dovednosti své i svých spolužáků
- podporujeme práci ve skupinách, schopnost zapojit se do společné činnosti, uplatnit své individuální schopnosti, ale respektovat názory druhých
- vedeme studenty ke spolupráci a pomoci – vytváření „doučovacích skupinek“ během výuky s cílem o co nejlepší výkon každého člena

### Kompetence občanské

- seznamujeme studenty s historií a vývojem matematiky od úplných počátků a vedeme je k respektu ke schopnostem a dovednostem našich předků
- zařazujeme úlohy týkající se ekologie, odpadů, jiných národností, zdravého životního stylu apod. a diskutujeme o nich
- vytváříme přátelskou atmosféru ve třídě, kdy oceňujeme výkony i slabších studentů

### Kompetence k podnikavosti

- podporujeme u studentů samostatnou aktivitu, oceňujeme jejich vlastní přínos do výuky
- zařazujeme do výuky úlohy zabývající se například výpočtem nákladů na různé stavební či opravárenské práce, úlohy na porovnávání výhodnosti té které nabídky po zvážení všech faktorů
- posilujeme sebevědomí studentů vhodně volenými úkoly a následným zhodnocením

### Kompetence digitální

- seznamujeme studenty s možnostmi, jak si po logickém osvojení numerických výpočtů a postupů tyto efektivně usnadnit pomocí digitálních technologií
  - zapojujeme digitální technologie do procesu osvojování nových vědomostí, kdy buď vyučující nebo sami studenti pomocí různých počítačových programů objevují nové vztahy, závislosti a souvislosti (např. Geogebra)
  - vedeme studenty k aktivnímu vyhledávání nových informací na webových stránkách, k jejich kritickému posuzování a třídění získaných poznatků
  - využíváme digitální technologie k upevňování znalostí, opakování a procvičování učiva zábavnou formou (např. Kahoot)
  - učíme studenty digitálně zaznamenávat matematické texty včetně vzorců a prezentovat své práce a projekty
-

## VII.1.B – Matematika

### Rozpracování vzdělávacího obsahu vyučovacího předmětu

<b>K V I N T A</b>		
<b>Učivo</b>	<b>Očekávané výstupy</b>	<b>Poznámky</b>
<p><b>Nelineární rovnice a nerovnice</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• opakování - lineární a kvadratické rovnice, lineární nerovnice, soustavy lineárních rovnic</li> <li>• rovnice s neznámou ve jmenovateli</li> <li>• rovnice s neznámou pod odmocninou</li> <li>• rovnice s absolutní hodnotou</li> <li>• kvadratické nerovnice, nerovnice v součinném a podílovém tvaru</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ <i>student používá vhodné metody při řešení jednotlivých typů rovnic a nerovnic</i></li> <li>○ <i>přihlíží ke specifikům některých typů rovnic (jako jsou podmínky řešitelnosti, nutnost zkoušky jako součást řešení apod.)</i></li> <li>○ <i>zná a využívá princip nulových bodů</i></li> <li>○ <i>vychází z definice absolutní hodnoty</i></li> <li>○ <i>správně zapisuje množinu všech řešení rovnic, nerovnic a soustav</i></li> </ul>	<p>Na úvod tématu jsou zopakovány znalosti z nižšího gymnázia týkající se rovnic a nerovnic</p> <p>Využívání sbírek příkladů na webových stránkách (např. <a href="http://prikklady.com">prikklady.com</a>) za účelem efektivního procvičení učiva</p>
<p><b>Funkce</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• definice, graf, základní vlastnosti funkcí</li> <li>• lineární funkce</li> <li>• kvadratická funkce</li> <li>• lineární lomená funkce</li> <li>• funkce s absolutní hodnotou</li> <li>• mocninné funkce</li> <li>• inverzní funkce</li> <li>• n-tá odmocnina, počítání s mocninami</li> <li>• exponenciální funkce, rovnice</li> <li>• logaritmická funkce, logaritmus, logaritmická rovnice</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ <i>student chápe funkci jako závislost veličin, chápe pojmy definiční obor, obor hodnot, vztah mezi funkcí a jejím grafem</i></li> <li>○ <i>podle zadání rozpozná typ funkce, určí její definiční obor, průsečíky s osami, načrtne graf funkce a na základě grafu určí monotonii, paritu, omezenost a obor hodnot funkce</i></li> <li>○ <i>využívá poznatky o funkcích při řešení rovnic a nerovnic</i></li> <li>○ <i>k dané funkci najde funkci inverzní a sestrojí její graf</i></li> <li>○ <i>převeďe odmocniny na mocniny a využívá vzorce pro práci s mocninami</i></li> <li>○ <i>porovnává hodnoty exponenciálních a logaritmických funkcí na základě jejich grafů</i></li> <li>○ <i>řeší základní typy exponenciálních a logaritmických rovnic, využívá substituce</i></li> <li>○ <i>chápe pojem logaritmus, využívá věty o logaritmech při úpravách výrazů a při řešení logaritmických rovnic</i></li> <li>○ <i>řeší aplikační úlohy s využitím poznatků o funkcích</i></li> </ul>	<p>Práce s počítačovým programem Geogebra pro odvozování grafů funkcí</p>
<p><b>Tělesa</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• výpočet povrchu a objemu těles</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ <i>student správně klasifikuje a rozlišuje jednotlivá tělesa</i></li> <li>○ <i>ze zadání i praktických úloh určí potřebné veličiny a správně dosadí do vzorců</i></li> <li>○ <i>dbá na užití vhodných jednotek a jejich převodů</i></li> </ul>	<p>Práce s kalkulaátorem</p>

## VII.1.B – Matematika

<b>S E X T A</b>		
<b>Učivo</b>	<b>Očekávané výstupy</b>	<b>Poznámky</b>
<b>Stereometrie</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• polohové vlastnosti základních geometrických útvarů</li> <li>• volné rovnoběžné promítání</li> <li>• řezy na tělesech</li> <li>• průřezy přímky s tělesem</li> <li>• metrické vlastnosti – odchylky, vzdálenosti, kolmost</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ <i>student užívá správně geometrické pojmy</i></li> <li>○ <i>pomocí volného rovnoběžného promítání zobrazuje geometrické útvary</i></li> <li>○ <i>určuje vzájemnou polohu lineárních útvarů v prostoru, jejich odchylky a vzdálenosti</i></li> <li>○ <i>využívá svých znalostí a prostorové představivosti k řešení úloh na tělesech, sestrojí řez tělesa rovinou, průřez přímky s tělesem</i></li> </ul>	<p>Rozvíjení prostorové představivosti Zdokonalování práce s rýsovacími potřebami, nácvik přesného a čistého rýsování</p> <p>Využití počítačového programu Geogebra pro názorné ukázky prostorových řezů na tělesech</p>
<b>Goniometrie a trigonometrie</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• orientovaný úhel</li> <li>• funkce sinus, kosinus, tangens a kotangens obecného úhlu</li> <li>• výrazy a rovnice s goniometrickými funkcemi</li> <li>• sinová a kosinová věta, řešení obecného trojúhelníku</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ <i>student chápe pojem orientovaný úhel a přiřadí mu správnou velikost ve stupních nebo v radiánech</i></li> <li>○ <i>rozšíří své znalosti o goniometrických funkcích v pravouhlém trojúhelníku na goniometrické funkce libovolného orientovaného úhlu, uvědomuje si periodičnost funkcí</i></li> <li>○ <i>odvodí vlastností a grafy goniometrických funkcí z jednotkové kružnice</i></li> <li>○ <i>na základě svých předešlých znalostí práce s grafy načrtne grafy i složitějších goniometrických funkcí</i></li> <li>○ <i>využívá goniometrické vzorce při úpravách výrazů a při řešení rovnic</i></li> <li>○ <i>s ohledem na periodičnost goniometrických funkcí určuje správně množinu všech řešení goniometrických rovnic</i></li> <li>○ <i>používá sinovou a kosinovou větu k řešení obecného trojúhelníku a je schopen aplikovat znalosti na úlohy z praxe</i></li> </ul>	<p>Práce s kalkulátorem - určování hodnot goniometrických funkcí</p> <p>Využití výukových materiálů počítačového programu Geogebra pro odvození hodnot gon. funkcí na jednotkové kružnici a pro vykreslení grafů gon. funkcí</p>
<b>Kombinatorika</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• základní kombinatorická pravidla</li> <li>• variace, permutace a kombinace bez opakování prvků i s opakováním prvků</li> <li>• vlastnosti kombinačních čísel, Pascalův trojúhelník</li> <li>• binomická věta</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ <i>student využívá kombinatorická pravidla součinu a součtu pro řešení jednoduchých kombinatorických úloh</i></li> <li>○ <i>chápe rozdíl mezi uspořádanými a neuspořádanými k-ticemi a správně volí v úlohách použití variací nebo kombinací</i></li> <li>○ <i>je schopen podle zadání konkrétní úlohy volit vhodný postup a řešit kombinatorické úlohy bez i s opakováním prvků</i></li> <li>○ <i>využívá vlastností kombinačních čísel pro úpravy výrazů a řešení rovnic s těmito čísly</i></li> <li>○ <i>seznámí se s binomickou větou a je schopen s její pomocí umocňovat dvojčlen</i></li> </ul>	<p>Využívání webového portálu Kahoot za účelem procvičování úloh na kombinatoriku</p>

## VII.1.B – Matematika

<b>S E P T I M A</b>		
<b>Učivo</b>	<b>Očekávané výstupy</b>	<b>Poznámky</b>
<b>Pravděpodobnost</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• náhodné pokusy</li> <li>• pravděpodobnost jevů</li> <li>• pravděpodobnost sjednocení jevů</li> <li>• nezávislé jevy</li> <li>• binomické rozdělení</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ <i>student ovládá základní pojmy pravděpodobnosti</i></li> <li>○ <i>rozlišuje mezi množinou možných a množinou příznivých výsledků a s využitím kombinatoriky určí a spočítá pravděpodobnost jevu</i></li> <li>○ <i>využívá svých znalostí o množinách k určení pravděpodobnosti sjednocení jevů</i></li> <li>○ <i>početně rozhodne o závislosti či nezávislosti jevů</i></li> <li>○ <i>rozhodne o vhodnosti použití binomického rozdělení k výpočtu pravděpodobnosti a určí výsledek</i></li> </ul>	Řešení úloh na pravděpodobnost z praktického života
<b>Statistika</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• statistický soubor, jednotka znak</li> <li>• tabulka četností, relativní četnost</li> <li>• aritmetický průměr, modus, medián</li> <li>• směrodatná a mezikvartilová odchylka</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ <i>student správně používá základní pojmy statistiky, uvědomuje si souvislost mezi velikostí statistického souboru a objektivitou výsledku</i></li> <li>○ <i>na základě získaných dat sestaví tabulku četností a určí relativní četnosti</i></li> <li>○ <i>u statistického souboru rozhodne, kterou charakteristiku polohy (aritmetický průměr, modus, medián) a variability (směrodatná nebo mezikvartilová odchylka) zvolit a tu potom spočítá</i></li> <li>○ <i>znázorní získané statistické výsledky pomocí vhodného grafu</i></li> </ul>	Využití tabulkového procesoru Microsoft Excel pro tvorbu statistických grafů
<b>Analytická geometrie</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• souřadnice bodu</li> <li>• vektory, operace s vektory, skalární a vektorový součin</li> <li>• geometrie v rovině</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ <i>student si představí a znázorní bod zadaný pomocí souřadnic v rovině i v prostoru</i></li> <li>○ <i>spočítá střed a délku úsečky z jejích krajních bodů</i></li> <li>○ <i>chápe vektor jako množinu orientovaných úseček, vektory graficky i poččetně sčítá, odčítá, násobí reálným číslem</i></li> <li>○ <i>určí skalární a vektorový součin vektorů, chápe jejich rozdíl, geometrický význam a použití</i></li> <li>○ <i>určí přímku v rovině pomocí parametrického vyjádření, obecnou rovnicí i směrnice tvarem</i></li> <li>○ <i>řeší polohové a metrické úlohy v rovině (vzájemná poloha a průsečík přímek, kolmost, odchylky, vzdálenost bodu od přímky)</i></li> </ul>	Využití počítačového programu Geogebra pro zobrazení útvarů v rovině
<b>Analytická geometrie kuželoseček</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• kružnice, kružnice a přímka</li> <li>• elipsa, parabola, hyperbola</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ <i>student si uvědomuje vznik kuželosečky jako průniku roviny a kužele a souvislost typu kuželosečky s nakloněním roviny</i></li> </ul>	Využití počítačového programu Geogebra pro zobrazení kuželoseček na

## VII.1.B – Matematika

	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ u jednotlivých kuželoseček vysloví přesnou geometrickou definici</li> <li>○ z různých zadání určí středovou i obecnou rovnici kružnice, napíše rovnici tečny kružnice v jejím bodě</li> <li>○ rozhodne o vzájemné poloze přímky a kružnice, spočítá průsečíky</li> <li>○ ze zadání rozhodne o typu kuželosečky, určí její střed nebo vrchol</li> </ul>	základě jejich rovnic
<b>Posloupnosti a řady</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• posloupnost, určení posloupnost</li> <li>• vlastnosti posloupností</li> <li>• aritmetická posloupnost</li> <li>• geometrická posloupnost</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ student chápe posloupnost jako typ funkce se specifickým definičním oborem</li> <li>○ pracuje s posloupnostmi zadanými pomocí vzorce pro <math>n</math>-tý člen i rekurentně</li> <li>○ vysloví hypotézu a dokáže monotonii a omezenost posloupnosti</li> <li>○ vysloví definici aritmetické a geometrické posloupnosti, zná jejich vlastnosti a umí jich využít při řešení úloh</li> <li>○ používá geometrickou posloupnost při řešení úloh o úrokování</li> </ul>	Využití geometrické posloupnosti na řešení praktických úloh z finanční matematiky

<b>O K T Á V A</b>		
<b>Učivo</b>	<b>Očekávané výstupy</b>	<b>Poznámky</b>
<b>Komplexní čísla</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• zavedení komplexních čísel a početních operací s nimi</li> <li>• Gaussova rovina</li> <li>• absolutní hodnota komplexního čísla</li> <li>• goniometrický tvar komplexního čísla</li> <li>• řešení kvadratických rovnic s reálnými koeficienty v oboru komplexních čísel</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ student chápe zavedení imaginární jednotky a komplexních čísel</li> <li>○ provádí základní početní operace s komplexními čísly v algebraickém tvaru</li> <li>○ znázorní komplexní čísla jako body v Gaussově rovině</li> <li>○ uvědomuje si absolutní hodnotu komplexního čísla jako jeho vzdálenost od počátku v Gaussově rovině</li> <li>○ je schopen zapsat komplexní číslo také v goniometrickém tvaru</li> <li>○ převádí komplexní čísla v algebraickém tvaru na goniometrický tvar a naopak</li> <li>○ řeší kvadratické rovnice s reálnými koeficienty a provádí diskusi řešení v oboru komplexních čísel</li> </ul>	
<b>Opakování učiva</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ student si prohlubuje, upevňuje a procvičuje získané znalosti</li> <li>○ nachází souvislosti mezi jednotlivými obory matematiky, propojuje své poznatky a využívá je při řešení komplexních úloh</li> </ul>	Využívání sbírek příkladů na webových stránkách (např. příklady.com) za účelem efektivního opakování učiva