

Doctrina - Podještědské gymnázium, s.r.o.

**Oddíl E – učební osnovy
VII.1.C**



MATEMATIKA

pro III. a IV. ročník školního roku 2022/2023

VII.1.C – Matematika

Charakteristika předmětu: MATEMATIKA ve čtyřletém gymnáziu

Obsah předmětu

Vzdělávací obsah vyučovacího předmětu matematika pro čtyřletá gymnázia vychází ze vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace (RVP G).

V matematice budeme realizovat průřezové téma Osobnostní a sociální výchova, které se prolíná všemi předměty na gymnáziu.

Časové vymezení předmětu

	vyučovací hodina	cvičení
I. ročník	4	X
II. ročník	3	X
III. ročník	3	X
IV. ročník	(4)	X

Organizace výuky

Předmět matematika je povinný pro všechny studenty I. až III. ročníku. Ve IV. ročníku je tento předmět volitelný a je určen zejména pro studenty, kteří z tohoto předmětu chtejí skládat maturitní zkoušku nebo předpokládají využití matematiky ve svém dalším vysokoškolském studiu. Tito studenti mohou také během I. až III. ročníku navštěvovat volitelný předmět Matematika rozšířená, kde získají podrobnější a hlubší znalosti potřebné např. pro absolvování státní maturity Matematika rozšiřující.

Výuka matematiky je uskutečňována částečně frontálním vyučováním s co největším zapojením studentů do společného odvozování poznatků, využívá se také problémové a skupinové vyučování, je kladen důraz i na časté využití digitálních technologií. V I. ročníku je jedna hodina výuky půlená, aby bylo možné lépe uplatnit individuální přístup ke studentům, byl prostor pro netradiční aktivity a soutěže a práci v počítačové učebně.

Výchovné a vzdělávací strategie

Matematickým vzděláním významně přispíváme k utváření a rozvoji klíčových kompetencí žáků. Matematika výrazně rozvíjí logické uvažování, abstraktní a analytické myšlení, učí srozumitelné a věcné argumentaci, formulaci problémů a jejich řešení, vyžaduje tvůrčí přístup a různorodé metody práce, podporuje samostatnost i nutnost spolupráce při řešení problémů. Významným aspektem je i rozvíjení geometrické představivosti, a to jak v rovině, tak v prostoru.

Těžiště výuky spočívá v aktivním osvojení strategie řešení úloh a problémů, v ovládnutí nástrojů potřebných pro vysokoškolské studium i pro běžný život, v přestování schopnosti aplikace. Během studia si studenti uvědomují, že matematika

VII.1.C – Matematika

nachází uplatnění ve většině oborů lidské činnosti, zejména v informatice, technice a ekonomii.

Podporujeme účast studentů v matematických soutěžích, jako je Matematický klokan, matematická olympiáda, a v korespondenčních soutěžích. Snažíme se tak vypěstovat u studentů trvalý zájem o matematiku, podchytit a rozvíjet matematický talent u nadaných studentů a připravovat studenty na úspěšné vysokoškolské studium.

Kompetence k učení

- umožňujeme studentům vyzkoušet různé metody a formy činností: práce ve dvojicích nebo ve skupinách, soutěže v rámci třídy, práce s textem – důraz je kladen na pochopení matematického textu nebo naopak schopnost matematizace reálné situace, využívání konzultací, rozbor testů
- zařazujeme problémové úlohy, zejména na odvození nových poznatků nebo na řešení praktických úloh z běžného života
- průběžným hodnocením výsledků jejich práce studentům umožňujeme posoudit vlastní pokrok při učení, uvědomit si případné nedostatky a hledat cesty k jejich odstraňování
- modelováním situací, kreslením náčrtků v geometrii rozvíjíme u studentů prostorovou představivost

Kompetence k řešení problémů

- přecházíme důsledně od jednoduššího problému ke složitějšímu (princip postupnosti)
- zařazujeme problémové úlohy z praktického života (rozbor úlohy, matematizace, zvolení vhodného postupu, odhad výsledku, ověření správnosti řešení)
- podporujeme řešení jedné úlohy více možnými postupy (porovnání efektivity, přesnosti výsledku, využití různých znalostí, ověření výsledku jiným postupem)
- vedeme studenty k účasti v matematických soutěžích, kde si ověří a prohloubí své vědomosti a schopnosti

Kompetence komunikativní

- vyžadujeme používání odborné terminologie
- podporujeme komunikaci studentů při řešení problému: porozumění zadání, vyhodnocení informací, zformulování problému, zdůvodnění postupu řešení, formulace výsledků
- využíváme práci ve skupinách nebo ve dvojicích pro důslednější komunikaci, diskuzi řešení, obhajování postupů
- zařazujeme práci s odborným textem pro nácvik porozumění, vyhledání podstatných informací, zhodnocení
- vedeme studenty k dovednosti „číst“ grafy, diagramy a tabulky a vyhodnotit z nich informace

Kompetence sociální a personální

- vytváříme přátelskou a kolegiální atmosféru při hodinách, kdy se student nebojí říci svůj názor před ostatními studenty ani před pedagogem – nevhodná řešení se rozeberou a opraví, ale nezesměšní
- rozebíráme při hodinách se studenty jejich výkony a pokroky a vedeme je ke schopnosti objektivně zhodnotit vědomosti a dovednosti své i svých spolužáků

VII.1.C – Matematika

- podporujeme práci ve skupinách, schopnost zapojit se do společné činnosti, uplatnit své individuální schopnosti, ale respektovat názory druhých
- vedeme studenty ke spolupráci a pomoci – vytváření „doučovacích skupinek“ během výuky s cílem o co nejlepší výkon každého člena

Kompetence občanské

- seznamujeme studenty s historií a vývojem matematiky od úplných počátků a vedeme je k respektu ke schopnostem a dovednostem našich předků
- zařazujeme úlohy týkající se ekologie, odpadů, jiných národností, zdravého životního stylu apod. a diskutujeme o nich
- vytváříme přátelskou atmosféru ve třídě, kdy oceňujeme výkony i slabších studentů

Kompetence k podnikavosti

- podporujeme u studentů samostatnou aktivitu, oceňujeme jejich vlastní přínos do výuky
- zařazujeme do výuky úlohy zabývající se například výpočtem nákladů na různé stavební či opravárenské práce, úlohy na porovnávání výhodnosti té které nabídky po zvážení všech faktorů
- posilujeme sebevědomí studentů vhodně volenými úkoly a následným zhodnocením

Kompetence digitální

- seznamujeme studenty s možnostmi, jak si po logickém osvojení numerických výpočtů a postupů tyto efektivně usnadnit pomocí digitálních technologií
- zapojujeme digitální technologie do procesu osvojování nových vědomostí, kdy bud' vyučující nebo sami studenti pomocí různých počítačových programů objevují nové vztahy, závislosti a souvislosti (např. Geogebra)
- vedeme studenty k aktivnímu vyhledávání nových informací na webových stránkách, k jejich kritickému posuzování a třídění získaných poznatků
- využíváme digitální technologie k upevňování znalostí, opakování a procvičování učiva zábavnou formou (např. Kahoot)
- učíme studenty digitálně zaznamenávat matematické texty včetně vzorců a prezentovat své práce a projekty

VII.1.C – Matematika

Rozpracování vzdělávacího obsahu vyučovacího předmětu

I. ROČNÍK		
Učivo	Očekávané výstupy	Poznámky
Číselné obory <ul style="list-style-type: none">• obor přirozených čísel• obor celých čísel• obor racionálních čísel• obor reálných čísel• druhá a třetí odmocnina• absolutní hodnota reálného čísla• mocniny s celočíselným exponentem	<ul style="list-style-type: none">○ vysvětlí vztahy mezi číselnými obory○ efektivně provádí numerické výpočty, uplatňuje zpětnou kontrolu na základě odhadu○ účelně využívá kalkulátor○ upravuje číselné výrazy a výrazy s proměnnými, operuje s mocninami a odmocninami○ definuje absolutní hodnotu, chápe a využívá její geometrický význam○ využívá zápis pomocí intervalu	
Základní poznatky z teorie množin <ul style="list-style-type: none">• pojem množiny• operace s množinami• užití průniků a sjednocení množin při řešení jednoduchých nerovnic• intervaly	<ul style="list-style-type: none">○ definuje a na příkladech dokumentuje základní pojmy○ správně provádí operace s množinami○ aplikuje pojmy průnik a sjednocení při řešení úloh○ využívá zápis pomocí intervalu a sjednocení intervalů	
Dělitelnost v oboru přirozených a celých čísel <ul style="list-style-type: none">• násobek, dělitel• kritéria dělitelnosti• prvočísla a čísla složená• rozklad čísla na součin prvočinitelů, soudělná a nesoudělná čísla• dělitel, největší společný dělitel, násobek, nejmenší společný násobek čísel	<ul style="list-style-type: none">○ definuje základní pojmy –○ užívá vlastnosti dělitelnosti přirozených čísel	
Algebraické výrazy <ul style="list-style-type: none">• mnohočleny• lomené výrazy• rozklad mnohočlenů• úpravy algebraických výrazů• vyjádření neznámé ze vzorce	<ul style="list-style-type: none">○ účelně upravuje výrazy s proměnnými○ určuje definiční obor výrazů○ rozkládá mnohočleny na součin vytýkáním a užitím vzorců○ aplikuje úpravu výrazu pro vyjádření neznámé ze vzorce	Fy, Ch – úpravy vzorců, vyjadřování požadovaných veličin
Rovnice, nerovnice a jejich soustavy <ul style="list-style-type: none">• ekvivalentní a důsledkové úpravy• lineární rovnice• lineární rovnice s neznámou ve jmenovateli• lineární nerovnice• rovnice a nerovnice s absolutní hodnotou• soustavy lineárních rovnic• různé způsoby řešení soustav rovnic• grafické řešení soustav rovnic a nerovnic	<ul style="list-style-type: none">○ rozliší ekvivalentní a důsledkové úpravy○ odliší, kdy je zkouška nutnou součástí řešení○ aplikuje rozklady na součin při řešení rovnic a nerovnic○ řeší lineární rovnice, v jednodušších případech diskutuje počet řešení resp. řešitelnost○ různými metodami řeší soustavy lineárních rovnic, v jednodušších případech diskutuje řešitelnost a počet řešení○ graficky znázorňuje řešení rovnic, nerovnic a jejich soustav	Fy – fyzikální výpočty Práce v programu Geogebra

VII.1.C – Matematika

	<ul style="list-style-type: none"> ○ aplikuje lineární rovnice, nerovnice a jejich soustavy při řešení matematických problémů 	
Kvadratické rovnice a nerovnice <ul style="list-style-type: none"> • řešení obecné kvadratické rovnice • diskriminant, diskuse počtu řešení kvadratické rovnice • řešení neúplné kvadratické rovnice • vztahy mezi kořeny a koeficienty kvadratické rovnice • grafické řešení kvadratické rovnice • kvadratické nerovnice • grafické řešení kvadratické nerovnice • rovnice a nerovnice s neznámou pod odmocninou 	<ul style="list-style-type: none"> ○ aplikuje rozklady na součin při řešení kvadratické rovnice a nerovnice ○ využívá vztahy mezi kořeny a koeficienty ○ řeší kvadratické rovnice a nerovnice, diskutuje řešitelnost a počet řešení ○ graficky znázorňuje řešení kvadratických rovnic a nerovnic 	Fy – fyzikální výpočty Práce v programu Geogebra
Planimetrie <ul style="list-style-type: none"> • základní planimetrické pojmy: bod, přímka, dvojice přímk, úhel, dvojice úhlů • mnohoúhelníky • shodnost a podobnost trojúhelníků • konstrukční úlohy • obvodové a středové úhly • pravoúhly trojúhelník • Thaletova věta • Pythagorova věta • shodná zobrazení • osová souměrnost • středová souměrnost • otáčení • posunutí • podobná zobrazení: stejnolehlosť 	<ul style="list-style-type: none"> ○ určuje a správně používá základní geometrické pojmy ○ na základě vlastností třídí útvary, rozlišuje jejich vzájemné polohy ○ zdůvodňuje a využívá vlastnosti geometrických útvarů v rovině ○ využívá náčrt při řešení rovinného problému ○ řeší konstrukční úlohy ○ využívá v konstrukcích množiny bodů dané vlastnosti a shodná a podobná zobrazení ○ řeší planimetrické problémy motivované praxí 	Práce v programu Geogebra

II. ROČNÍK		
Učivo	Očekávané výstupy	Poznámky
Funkce <ul style="list-style-type: none"> • Pojem funkce • Definiční obor • Vlastnosti funkcí • Lineární funkce • Kvadratická funkce • Mocninné funkce s přirozeným a celým exponentem • Lineární lomená funkce • Exponenciální funkce • Exponenciální rovnice • Logaritmická funkce • Logaritmy a jejich vlastnosti • Věty o logaritmech • Logaritmické rovnice 	<ul style="list-style-type: none"> ○ načrte grafy požadovaných funkcí, určí jejich vlastnosti ○ formuje a zdůvodňuje vlastnosti studovaných funkcí ○ aplikuje vztahy mezi hodnotami funkcí a vztahy mezi funkcemi ○ využívá poznatky o funkcích při řešení rovnic ○ řeší aplikační úlohy s využitím poznatků o funkcích 	Fy, Bi, Ch – řeší odborné úlohy, ve kterých se objevují exponenciální a logaritmické funkce Práce s počítačovým programem Geogebra pro odvozování grafů funkcí
Stereometrie <ul style="list-style-type: none"> • polohové vlastnosti základních geometrických útvarů • volné rovnoběžné promítání • řezy na tělesech 	<ul style="list-style-type: none"> ○ student užívá správně geometrické pojmy ○ pomocí volného rovnoběžného promítání zobrazuje geometrické útvary 	Rozvíjení prostorové představivosti Zdokonalování práce s rýsovacími

VII.1.C – Matematika

<ul style="list-style-type: none"> průsečíky přímky s tělesem metrické vlastnosti – odchylky, vzdálenosti, kolmost 	<ul style="list-style-type: none"> <i>určuje vzájemnou polohu lineárních útvarů v prostoru, jejich odchylky a vzdálenosti</i> <i>využívá svých znalostí a prostorové představivosti k řešení úloh na tělesech, sestrojí řez tělesa rovinou, průsečík přímky s tělesem</i> 	potřebami, nácvík přesného a čistého rýsování Využití počítačového programu Geogebra pro názorné ukázky prostorových řezů na tělesech
Tělesa <ul style="list-style-type: none"> výpočet povrchu a objemu těles 	<ul style="list-style-type: none"> <i>student správně klasifikuje a rozlišuje jednotlivá tělesa</i> <i>ze zadání i praktických úloh určí potřebné veličiny a správně dosadí do vzorce</i> <i>dbá na užití vhodných jednotek a jejich převodů</i> 	Práce s kalkulátorem
Goniometrie a trigonometrie <ul style="list-style-type: none"> orientovaný úhel funkce sinus, kosinus, tangens a kotangens obecného úhlu výrazy a rovnice s goniometrickými funkcemi sinová a kosinová věta, řešení obecného trojúhelníku 	<ul style="list-style-type: none"> <i>student chápe pojem orientovaný úhel a přiřadí mu správnou velikost ve stupních nebo v radiánech</i> <i>rozšíří své znalosti o goniometrických funkcích v pravoúhlém trojúhelníku na goniometrické funkce libovolného orientovaného úhlu, uvědomuje si periodičnost funkcí</i> <i>odvodí vlastnosti a grafy goniometrických funkcí z jednotkové kružnice</i> <i>na základě svých předešlých znalostí práce s grafy načrtne grafy i složitějších goniometrických funkcí</i> <i>využívá goniometrické vzorce při úpravách výrazů a při řešení rovnic</i> <i>s ohledem na periodičnost goniometrických funkcí určuje správně množinu všech řešení goniometrických rovnic</i> <i>používá sinovou a kosinovou větu k řešení obecného trojúhelníku a je schopen aplikovat znalosti na úlohy z praxe</i> 	Práce s kalkulátorem - určování hodnot goniometrických funkcí Využití výukových materiálů počítačového programu Geogebra pro odvození hodnot gon. funkcí na jednotkové kružnici a pro vykreslení grafů gon. funkcí.

III. ROČNÍK		
Učivo	Očekávané výstupy	Poznámky
Kombinatorika <ul style="list-style-type: none"> základní kombinatorická pravidla variace, permutace a kombinace bez i s opakováním vlastnosti kombinačních čísel, Pascalův trojúhelník binomická věta 	<ul style="list-style-type: none"> <i>student využívá kombinatorická pravidla součinu a součtu pro řešení jednoduchých kombinatorických úloh</i> <i>chápe rozdíl mezi uspořádanými a neuspořádanými k-ticemi a správně volí v úlohách použití variací nebo kombinací</i> <i>je schopen podle zadání konkrétní úlohy volit vhodný postup a řešit kombinatorické úlohy bez i s opakováním prvků</i> 	Využívání webového portálu Kahoot za účelem procvičování úloh na kombinatoriku

VII.1.C – Matematika

	<ul style="list-style-type: none"> ○ využívá vlastnosti kombinačních čísel pro úpravy výrazů a řešení rovnic s těmito čísly ○ používá binomickou větu pro umocnění dvojčlenu 	
Pravděpodobnost	<ul style="list-style-type: none"> ○ student ovládá základní pojmy pravděpodobnosti ○ rozlišuje mezi množinou možných a množinou příznivých výsledků a s využitím kombinatoriky určí a spočítá pravděpodobnost jevu ○ využívá svých znalostí o množinách k určení pravděpodobnosti sjednocení jevů ○ početně rozhodne o závislosti či nezávislosti jevů ○ rozhodne o vhodnosti použití binomického rozdělení k výpočtu pravděpodobnosti a určí výsledek 	Řešení úloh na pravděpodobnost z praktického života
Statistiká	<ul style="list-style-type: none"> ○ student správně používá základní pojmy statistiky, uvědomuje si souvislost mezi velikostí statistického souboru a objektivitou výsledku ○ na základě získaných dat sestaví tabulku četností a určí relativní četnosti ○ u statistického souboru rozhodne, kterou charakteristiku polohy (aritmetický průměr, modus, medián) a variability (směrodatná nebo mezikvartilová odchylka) zvolit a tu potom spočítá ○ znázorní získané statistické výsledky pomocí vhodného grafu 	Využití tabulkového procesoru Microsoft Excel pro tvorbu statistických grafů
Analytická geometrie	<ul style="list-style-type: none"> ○ student si představí a znázorní bod zadaný pomocí souřadnic v rovině i v prostoru ○ spočítá střed a délku úsečky z jejích krajních bodů ○ chápe vektor jako množinu orientovaných úseček, vektory graficky i početně sčítá, odčítá, násobi reálným číslem ○ určí skalární a vektorový součin vektorů, chápe jejich rozdíl, geometrický význam a použití ○ určí přímku v rovině pomocí parametrického vyjádření, obecnou rovnicí i směrnicovým tvarem ○ řeší polohové a metrické úlohy v rovině (vzájemná poloha a průsečík přímek, kolmost, odchylky, vzdálenost bodu od přímky) 	Využití počítačového programu Geogebra pro zobrazení útvarů v rovině
Analytická geometrie kuželoseček	<ul style="list-style-type: none"> ○ student si uvědomuje vznik kuželosečky jako průniku roviny a kuželes a souvislost typu kuželosečky s nakloněním roviny 	Využití počítačového programu Geogebra pro zobrazení

VII.1.C – Matematika

	<ul style="list-style-type: none"> ○ <i>u jednotlivých kuželoseček vysloví přesnou geometrickou definici</i> ○ <i>z různých zadání určí středovou i obecnou rovnice kružnice, napíše rovnici tečny kružnice v jejím bodě</i> ○ <i>rozhodne o vzájemné poloze přímky a kružnice, spočítá průsečíky</i> ○ <i>ze zadání rozhodne o typu kuželosečky, určí její střed nebo vrchol</i> 	kuželoseček na základě jejich rovnic
Posloupnosti a řady <ul style="list-style-type: none"> • posloupnost, určení posloupnost • vlastnosti posloupností • aritmetická posloupnost • geometrická posloupnost 	<ul style="list-style-type: none"> ○ <i>student chápe posloupnost jako typ funkce se specifickým definičním oborem</i> ○ <i>pracuje s posloupnostmi zadánymi pomocí vzorce pro n-tý člen i rekurentně</i> ○ <i>vysloví hypotézu a dokáže monotonii a omezenost posloupnosti</i> ○ <i>vysloví definici aritmetické a geometrické posloupnosti, zná jejich vlastnosti a umí jich využít při řešení úloh</i> ○ <i>používá geometrickou posloupnost při řešení úloh o úrokování</i> 	Využití geometrické posloupnosti na řešení praktických úloh z finanční matematiky

IV. ROČNÍK		
Učivo	Očekávané výstupy	Poznámky
Základy výrokové logiky <ul style="list-style-type: none"> • pojem výroku • operace s výroky, logické spojky • tabulky pravdivostních hodnot • tautologie • implikace a implikace obměněná • důkaz přímý a nepřímý • důkaz sporem 	<ul style="list-style-type: none"> ○ <i>definuje pojem výrok, rozumí stavbě matematické věty</i> ○ <i>čte a využívá k zápisu symbolický jazyk matematiky, logické spojky a kvantifikátory</i> ○ <i>rozhoduje o pravdivostní hodnotě výroku a ověří své rozhodnutí tabulkou</i> ○ <i>za pomoci vhodné metody provádí důkazy jednoduchých matematických vět</i> 	
Komplexní čísla <ul style="list-style-type: none"> • zavedení komplexních čísel a početních operací s nimi • Gaussova rovina • absolutní hodnota komplexního čísla • goniometrický tvar komplexního čísla • řešení kvadratických rovnic s reálnými koeficienty v oboru komplexních čísel 	<ul style="list-style-type: none"> ○ <i>student chápe zavedení imaginární jednotky a komplexních čísel</i> ○ <i>provádí základní početní operace s komplexními čísly v algebraickém tvaru</i> ○ <i>znázorní komplexní čísla jako body v Gaussově rovině</i> ○ <i>odvodí absolutní hodnotu komplexního čísla jako jeho vzdálenost od počátku v Gaussově rovině</i> ○ <i>uvědomuje si možnost zápisu komplexních čísel v goniometrickém tvaru</i> 	

VII.1.C – Matematika

	<ul style="list-style-type: none"> ○ převádí komplexní čísla v algebraickém tvaru na goniometrický a naopak ○ řeší kvadratické rovnice s reálnými koeficienty a provádí diskusi řešení v oboru komplexních čísel 	
Posloupnosti a řady – rozšíření • limita posloupnosti • nekonečná geometrická řada	<ul style="list-style-type: none"> ○ student chápe pojem limita posloupnosti a spočítá jednoduché limity ○ je schopen posoudit, zda je nekonečná geometrická řada konvergentní, a řeší úlohy na její součet 	
Diferenciální počet • spojitost funkce • limita funkce • derivace funkce • průběh funkce	<ul style="list-style-type: none"> ○ student na základě pochopení pojmu okolí bodu definuje spojitost funkce v bodě a v intervalu ○ chápe pojmy vlastní a nevlastní limita a limita ve vlastním a nevlastním bodě a spočítá základní limity ○ uvědomuje si odvození a geometrický význam 1. derivace a spočítá derivaci jednoduché i složené funkce ○ využívá 1. derivaci k určení monotonie funkce a 2. derivaci k určení extrémů, konkavnosti a konkávnosti funkce ○ vyšetří průběh funkce a načrtne graf funkce ○ řeší úlohy na extrém funkce 	Využití počítačového programu Geogebra pro kontrolu správného určení průběhu funkce
Integrální počet • primitivní funkce • integrační metody • určitý integrál • užití integrálního počtu	<ul style="list-style-type: none"> ○ student chápe vztah funkce a k ní primitivní funkce ○ určí primitivní funkci k základním funkcím, využívá metodu per partes a větu o substituci ○ uvědomuje si rozdíl mezi primitivní funkcí a určitým integrálem, vypočítá hodnotu určitého integrálu ○ využívá určitý integrál k výpočtu obsahu plochy a objemu rotačního tělesa 	
Opakování učiva	<ul style="list-style-type: none"> ○ prohlubováním, upevňováním a procvičováním učiva se student připravuje na maturitní zkoušku 	Využívání sbírek příkladů na webových stránkách (např. priklady.com) za účelem efektivního opakování učiva