

Doctrina - Podještědské gymnázium, s.r.o.

**Oddíl E – učební osnovy**  
**VII.1.B**



**MATEMATIKA**

**(oktáva 2023/2024)**

## **VII.1.B – Matematika**

### **Charakteristika předmětu: MATEMATIKA ve vyšším stupni osmiletého studia**

---

#### **Obsah předmětu**

Vzdělávací obsah vyučovacího předmětu matematika pro vyšší stupeň víceletého gymnázia vychází ze vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace (RVP G).

V matematice budeme realizovat průřezové téma Osobnostní a sociální výchova, které se prolíná všemi předměty na vyšším stupni gymnázia.

---

#### **Časové vymezení předmětu**

	vyučovací hodina	cvičení
kvinta	4	X
sexta	3	X
septima	3	X
oktáva	(4)	X

---

#### **Organizace výuky**

Předmět matematika je povinný pro všechny studenty kvinty až septimy. V oktávě je tento předmět volitelný a je určen zejména pro studenty, kteří z tohoto předmětu chtějí skládat maturitní zkoušku nebo předpokládají využití matematiky ve svém dalším vysokoškolském studiu. Tito studenti mohou také během kvinty až septimy navštěvovat volitelný předmět Matematika rozšířená, kde získají podrobnější a hlubší znalosti potřebné např. pro absolvování státní maturity Matematika rozšířená.

Výuka matematiky je uskutečňována částečně frontálním vyučováním s co největším zapojením studentů do společného odvozování poznatků, využívá se také problémové a skupinové vyučování, je kladen důraz i na časté využití digitálních technologií. V I. ročníku je jedna hodina výuky půlená, aby bylo možné lépe uplatnit individuální přístup ke studentům, byl prostor pro netradiční aktivity a soutěže a práci v počítačové učebně.

---

#### **Výchovné a vzdělávací strategie**

Matematickým vzděláním v průběhu vyššího stupně gymnaziálního vzdělání významně přispíváme k utváření a rozvoji klíčových kompetencí žáků. Matematika výrazně rozvíjí logické uvažování, abstraktní a analytické myšlení, učí srozumitelné a věcné argumentaci, formulaci problémů a jejich řešení, vyžaduje tvůrčí přístup a různorodé metody práce, podporuje samostatnost i nutnost spolupráce při řešení problémů. Významným aspektem je i rozvíjení geometrické představivosti, a to jak v rovině, tak v prostoru.

Těžiště výuky spočívá v aktivním osvojení strategie řešení úloh a problémů, v ovládnutí nástrojů potřebných pro vysokoškolské studium i pro běžný život,

## **VII.1.B – Matematika**

v pěstování schopnosti aplikace. Během studia si studenti uvědomují, že matematika nachází uplatnění ve většině oborů lidské činnosti, zejména v informatice, technice a ekonomii.

Podporujeme účast studentů v matematických soutěžích, jako je Matematický klokan, matematická olympiáda, mezinárodní soutěž družstev Náboj a v korespondenčních soutěžích. Snažíme se tak vypěstovat u studentů trvalý zájem o matematiku, podchytit a rozvíjet matematický talent u nadaných studentů a připravovat studenty na úspěšné vysokoškolské studium.

### Kompetence k učení

- umožňujeme studentům vyzkoušet různé metody a formy činností: práce ve dvojicích nebo ve skupinách, soutěže v rámci třídy, práce s textem – důraz je kladen na pochopení matematického textu nebo naopak schopnost matematizace reálné situace, využívání konzultací, rozbor testů
- zařazujeme problémové úlohy, zejména na odvození nových poznatků nebo na řešení praktických úloh z běžného života
- průběžným hodnocením výsledků jejich práce studentům umožňujeme posoudit vlastní pokrok při učení, uvědomit si případné nedostatky a hledat cesty k jejich odstraňování
- modelováním situací, kreslením náčrtků v geometrii rozvíjíme u studentů prostorovou představivost

### Kompetence k řešení problémů

- přecházíme důsledně od jednoduššího problému ke složitějšímu (princip postupnosti)
- zařazujeme problémové úlohy z praktického života (rozbor úlohy, matematizace, zvolení vhodného postupu, odhad výsledku, ověření správnosti řešení)
- podporujeme řešení jedné úlohy více možnými postupy (porovnání efektivity, přesnosti výsledku, využití různých znalostí, ověření výsledku jiným postupem)
- vedeme studenty k účasti v matematických soutěžích, kde si ověří a prohloubí své vědomosti a schopnosti

### Kompetence komunikativní

- vyžadujeme používání odborné terminologie
- podporujeme komunikaci studentů při řešení problému: porozumění zadání, vyhodnocení informací, zformulování problému, zdůvodnění postupu řešení, formulace výsledků
- využíváme práci ve skupinách nebo ve dvojicích pro důslednější komunikaci, diskuzi řešení, obhajování postupů
- zařazujeme práci s odborným textem pro nácvik porozumění, vyhledání podstatných informací, zhodnocení
- vedeme studenty k dovednosti „číst“ grafy, diagramy a tabulky a vyhodnotit z nich informace

## **VII.1.B – Matematika**

### Kompetence sociální a personální

- vytváříme přátelskou a kolegiální atmosféru při hodinách, kdy se student nebojí říci svůj názor před ostatními studenty ani před pedagogem – nevhodná řešení se rozeberou a opraví, ale nezesměšní
- rozebíráme při hodinách se studenty jejich výkony a pokroky a vedeme je ke schopnosti objektivně zhodnotit vědomosti a dovednosti své i svých spolužáků
- podporujeme práci ve skupinách, schopnost zapojit se do společné činnosti, uplatnit své individuální schopnosti, ale respektovat názory druhých
- vedeme studenty ke spolupráci a pomoci – vytváření „doučovacích skupinek“ během výuky s cílem o co nejlepší výkon každého člena

### Kompetence občanské

- seznamujeme studenty s historií a vývojem matematiky od úplných počátků a vedeme je k respektu ke schopnostem a dovednostem našich předků
- zařazujeme úlohy týkající se ekologie, odpadů, jiných národností, zdravého životního stylu apod. a diskutujeme o nich
- vytváříme přátelskou atmosféru ve třídě, kdy oceňujeme výkony i slabších studentů

### Kompetence k podnikavosti

- podporujeme u studentů samostatnou aktivitu, oceňujeme jejich vlastní přínos do výuky
- zařazujeme do výuky úlohy zabývající se například výpočtem nákladů na různé stavební či opravárenské práce, úlohy na porovnávání výhodnosti té které nabídky po zvážení všech faktorů
- posilujeme sebevědomí studentů vhodně volenými úkoly a následným zhodnocením

### Kompetence digitální

- seznamujeme studenty s možnostmi, jak si po logickém osvojení numerických výpočtů a postupů tyto efektivně usnadnit pomocí digitálních technologií
- zapojujeme digitální technologie do procesu osvojování nových vědomostí, kdy buď vyučující nebo sami studenti pomocí různých počítačových programů objevují nové vztahy, závislosti a souvislosti (např. Geogebra)
- vedeme studenty k aktivnímu vyhledávání nových informací na webových stránkách, k jejich kritickému posuzování a třídění získaných poznatků
- využíváme digitální technologie k upevňování znalostí, opakování a procvičování učiva zábavnou formou (např. Kahoot)
- učíme studenty digitálně zaznamenávat matematické texty včetně vzorců a prezentovat své práce a projekty

## VII.1.B – Matematika

### Rozpracování vzdělávacího obsahu vyučovacího předmětu

K V I N T A		
Učivo	Očekávané výstupy	Poznámky
<b>Nelineární rovnice a nerovnice</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• opakování - lineární a kvadratické rovnice, lineární nerovnice, soustavy lineárních rovnic</li> <li>• rovnice s neznámou ve jmenovateli</li> <li>• rovnice s neznámou pod odmocninou</li> <li>• rovnice s absolutní hodnotou</li> <li>• kvadratické nerovnice, nerovnice v součinovém a podílovém tvaru</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ student používá vhodné metody při řešení jednotlivých typů rovnic a nerovnic</li> <li>○ přihlíží ke specifikům některých typů rovnic (jako jsou podmínky řešitelnosti, nutnost zkoušky jako součást řešení apod.)</li> <li>○ zná a využívá princip nulových bodů</li> <li>○ vychází z definice absolutní hodnoty</li> <li>○ správně zapisuje množinu všech řešení rovnic, nerovnic a soustav</li> </ul>	<p>Na úvod tématu jsou zopakovány znalosti z nižšího gymnázia týkající se rovnic a nerovnic</p> <p>Využívání sbírek příkladů na webových stránkách (např. <a href="http://priklady.com">priklady.com</a>) za účelem efektivního procvičení učiva</p>
<b>Funkce</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• definice, graf, základní vlastnosti funkcí</li> <li>• lineární funkce</li> <li>• kvadratická funkce</li> <li>• lineární lomená funkce</li> <li>• funkce s absolutní hodnotou</li> <li>• mocninné funkce</li> <li>• inverzní funkce</li> <li>• n-tá odmocnina, počítání s mocninami</li> <li>• exponenciální funkce, rovnice</li> <li>• logaritmická funkce, logaritmus, logaritmická rovnice</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ student chápe funkci jako závislost veličin, chápe pojmy definiční obor, obor hodnot, vztah mezi funkcí a jejím grafem</li> <li>○ podle zadání rozpozná typ funkce, určí její definiční obor, průsečíky s osami, načrte graf funkce a na základě grafu určí monotonii, paritu, omezenost a obor hodnot funkce</li> <li>○ využívá poznatky o funkčích při řešení rovnic a nerovnic</li> <li>○ k dané funkci najde funkci inverzní a sestrojí její graf</li> <li>○ převede odmocniny na mocniny a využívá vzorce pro práci s mocninami</li> <li>○ porovnává hodnoty exponenciálních a logaritmických funkcí na základě jejich grafů</li> <li>○ řeší základní typy exponenciálních a logaritmických rovnic, využívá substituce</li> <li>○ chápe pojem logaritmus, využívá věty o logaritmech při úpravách výrazů a při řešení logaritmických rovnic</li> <li>○ řeší aplikační úlohy s využitím poznatků o funkčích</li> </ul>	<p>Práce s počítačovým programem Geogebra pro odvozování grafů funkcí</p>
<b>Tělesa</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• výpočet povrchu a objemu těles</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ student správně klasifikuje a rozlišuje jednotlivá tělesa</li> <li>○ ze zadání i praktických úloh určí potřebné veličiny a správně dosadí do vzorců</li> <li>○ dbá na užití vhodných jednotek a jejich převodů</li> </ul>	<p>Práce s kalkulátorem</p>

## VII.1.B – Matematika

S E X T A		
Učivo	Očekávané výstupy	Poznámky
<b>Stereometrie</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• polohové vlastnosti základních geometrických útvarů</li><li>• volné rovnoběžné promítání</li><li>• řezy na tělesech</li><li>• průsečíky přímky s tělesem</li><li>• metrické vlastnosti – odchylky, vzdálenosti, kolmost</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>○ student užívá správně geometrické pojmy</li><li>○ pomocí volného rovnoběžného promítání zobrazuje geometrické útvary</li><li>○ určuje vzájemnou polohu lineárních útvarů v prostoru, jejich odchylky a vzdálenosti</li><li>○ využívá svých znalostí a prostorové představivosti k řešení úloh na tělesech, sestrojí řez tělesa rovinou, průsečík přímky s tělesem</li></ul>	Rozvíjení prostorové představivosti Zdokonalování práce s rýsovacími potřebami, nácvik přesného a čistého rýsování  Využití počítačového programu Geogebra pro názorné ukázky prostorových řezů na tělesech
<b>Goniometrie a trigonometrie</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• orientovaný úhel</li><li>• funkce sinus, kosinus, tangens a kotangens obecného úhlu</li><li>• výrazy a rovnice s goniometrickými funkcemi</li><li>• sinová a kosinová věta, řešení obecného trojúhelníku</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>○ student chápe pojem orientovaný úhel a přiřadí mu správnou velikost ve stupních nebo v radiánech</li><li>○ rozšíří své znalosti o goniometrických funkcích v pravoúhlém trojúhelníku na goniometrické funkce libovolného orientovaného úhlu, uvědomuje si periodičnost funkcí</li><li>○ odvodí vlastnosti a grafy goniometrických funkcí z jednotkové kružnice</li><li>○ na základě svých předešlých znalostí práce s grafy načrtne grafy i složitějších goniometrických funkcí</li><li>○ využívá goniometrické vzorce při úpravách výrazů a při řešení rovnic</li><li>○ s ohledem na periodičnost goniometrických funkcí určuje správně množinu všech řešení goniometrických rovnic</li><li>○ používá sinovou a kosinovou větu k řešení obecného trojúhelníku a je schopen aplikovat znalosti na úlohy z praxe</li></ul>	Práce s kalkulátorem - určování hodnot goniometrických funkcí.  Využití výukových materiálů počítačového programu Geogebra pro odvození hodnot gon. funkcí na jednotkové kružnici a pro vykreslení grafů gon. funkcí.
<b>Kombinatorika</b> <ul style="list-style-type: none"><li>• základní kombinatorická pravidla</li><li>• variace, permutace a kombinace bez opakování prvků i s opakováním prvků</li><li>• vlastnosti kombinačních čísel, Pascalův trojúhelník</li><li>• binomická věta</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>○ student využívá kombinatorická pravidla součinu a součtu pro řešení jednoduchých kombinatorických úloh</li><li>○ chápe rozdíl mezi uspořádanými a neuspořádanými k-ticemi a správně volí v úlohách použití variací nebo kombinací</li><li>○ je schopen podle zadání konkrétní úlohy volit vhodný postup a řešit kombinatorické úlohy bez i s opakováním prvků</li><li>○ využívá vlastnosti kombinačních čísel pro úpravy výrazů a řešení rovnic s těmito čísly</li><li>○ seznámí se s binomickou větou a je schopen s její pomocí umocňovat dvojčlen</li></ul>	Využívání webového portálu Kahoot za účelem procvičování úloh na kombinatoriku

## VII.1.B – Matematika

<b>Pravděpodobnost</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• náhodné pokusy</li> <li>• pravděpodobnost jevů</li> <li>• pravděpodobnost sjednocení jevů</li> <li>• nezávislé jevy</li> <li>• binomické rozdělení</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ student ovládá základní pojmy pravděpodobnosti</li> <li>○ rozlišuje mezi množinou možných a množinou příznivých výsledků a s využitím kombinatoriky určí a spočítá pravděpodobnost jevu</li> <li>○ využívá svých znalostí o množinách k určení pravděpodobnosti sjednocení jevů</li> <li>○ početně rozhodne o závislosti či nezávislosti jevů</li> <li>○ rozhodne o vhodnosti použití binomického rozdělení k výpočtu pravděpodobnosti a určí výsledek</li> </ul>	Řešení úloh na pravděpodobnost z praktického života
------------------------	--	--	---

S E P T I M A		
Učivo	Očekávané výstupy	Poznámky
<b>Statistika</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• statistický soubor, jednotka znak</li> <li>• tabulka četnosti, relativní četnost</li> <li>• aritmetický průměr, modus, medián</li> <li>• směrodatná a mezikvartilová odchylka</li> </ul>	<p>Využití tabulkového procesoru Microsoft Excel pro tvorbu statistických grafů</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ student správně používá základní pojmy statistiky, uvědomuje si souvislost mezi velikostí statistického souboru a objektivitou výsledku</li> <li>○ na základě získaných dat sestaví tabulku četnosti a určí relativní četnosti</li> <li>○ u statistického souboru rozhodne, kterou charakteristiku polohy (aritmetický průměr, modus, medián) a variability (směrodatná nebo mezikvartilová odchylka) zvolit a tu potom spočítá</li> <li>○ znázorní získané statistické výsledky pomocí vhodného grafu</li> </ul>
<b>Analytická geometrie</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• souřadnice bodu</li> <li>• vektory, operace s vektory, skalární a vektorový součin</li> <li>• geometrie v rovině</li> </ul>	<p>Využití počítačového programu Geogebra pro zobrazení útvarů v rovině</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ student si představí a znázorní bod zadaný pomocí souřadnic v rovině i v prostoru</li> <li>○ spočítá střed a délku úsečky z jejích krajních bodů</li> <li>○ chápe vektor jako množinu orientovaných úseček, vektory graficky i početně sčítá, odčítá, násobí reálným číslem</li> <li>○ určí skalární a vektorový součin vektorů, chápe jejich rozdíl, geometrický význam a použití</li> <li>○ určí přímku v rovině pomocí parametrického vyjádření, obecnou rovnici i směrnicovým tvarem</li> <li>○ řeší polohové a metrické úlohy v rovině (vzájemná poloha a průsečík přímek, kolmost, odchylky, vzdálenost bodu od přímky)</li> </ul>
<b>Analytická geometrie kuželoseček</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• kružnice, kružnice a přímka</li> <li>• elipsa, parabola, hyperbola</li> </ul>	<p>Využití počítačového programu Geogebra pro zobrazení</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ student si uvědomuje vznik kuželosečky jako průniku roviny a kužele a souvislost typu</li> </ul>

## VII.1.B – Matematika

	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ kuželosečky s nakloněním roviny</li> <li>○ u jednotlivých kuželoseček vysloví přesnou geometrickou definici</li> <li>○ z různých zadání určí středovou i obecnou rovnice kružnice, napíše rovnici tečny kružnice v jejím bodě</li> <li>○ rozhodne o vzájemné poloze přímky a kružnice, spočítá průsečíky</li> <li>○ ze zadání rozhodne o typu kuželosečky, určí její střed nebo vrchol</li> </ul>	kuželoseček na základě jejich rovnic
<b>Posloupnosti a řady</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ student chápe posloupnost jako typ funkce se specifickým definičním oborem</li> <li>○ pracuje s posloupnostmi zadanými pomocí vzorce pro <math>n</math>-tý člen i rekurentně</li> <li>○ vysloví hypotézu a dokáže monotonii a omezenost posloupnosti</li> <li>○ vysloví definici aritmetické a geometrické posloupnosti, zná jejich vlastnosti a umí jich využít při řešení úloh</li> <li>○ řeší teoretické i praktické úlohy na aritmetickou a geometrickou posloupnost</li> <li>○ používá geometrickou posloupnost při řešení úloh o úrokování</li> </ul>	Využití geometrické posloupnosti na řešení praktických úloh z finanční matematiky

<b>O K T Á V A</b>		
<b>Učivo</b>	<b>Očekávané výstupy</b>	<b>Poznámky</b>
<b>Komplexní čísla</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ student chápe zavedení imaginární jednotky a komplexních čísel</li> <li>○ provádí základní početní operace s komplexními čísly v algebraickém tvaru</li> <li>○ znázorní komplexní čísla jako body v Gaussově rovině</li> <li>○ uvědomuje si absolutní hodnotu komplexního čísla jako jeho vzdálenost od počátku v Gaussově rovině</li> <li>○ je schopen zapsat komplexní číslo také v goniometrickém tvaru</li> <li>○ převádí komplexní čísla v algebraickém tvaru na goniometrický tvar a naopak</li> <li>○ řeší kvadratické rovnice s reálnými koeficienty a provádí diskusi řešení v oboru komplexních čísel</li> <li>○ student vypočítá součin a podíl komplexních čísel v goniometrickém tvaru</li> <li>○ graficky provádí součet, rozdíl, součin komplexních čísel</li> <li>○ odvodí z předchozích znalostí Moivreovu větu a používá ji pro</li> </ul>	

## VII.1.B – Matematika

	<i>umocňování komplexních čísel a při řešení binomických rovnic</i>	
<b>Posloupnosti a řady - rozšíření</b> • limita posloupnosti • nekonečná geometrická řada	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ student chápe pojem <i>limita posloupnosti</i> a spočítá jednoduché <i>limity</i></li> <li>○ rozhodne, zda existuje součet nekonečné geometrické řady, v kladném případě jej spočítá</li> </ul>	
<b>Diferenciální počet</b> • limita funkce • derivace funkce • průběh funkce	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ chápe pojmy <i>vlastní</i> a <i>nevlastní limita</i> a <i>limita ve vlastním a nevlastním bodě</i> a spočítá <i>základní limity</i></li> <li>○ uvědomuje si odvození a <i>geometrický význam 1. derivace</i> a spočítá <i>derivaci jednoduché i složené funkce</i></li> <li>○ využívá <i>1. derivaci k určení monotonie funkce a 2. derivaci k určení extrémů, konvexnosti a konkávnosti funkce</i></li> <li>○ vyšetří <i>průběh funkce a načrtne graf funkce</i></li> <li>○ řeší <i>úlohy na extrém funkce</i></li> </ul>	Využití počítačového programu Geogebra pro kontrolu správného určení průběhu funkce
<b>Integrální počet</b> • primitivní funkce • integrační metody • určitý integrál • užití integrálního počtu	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ student chápe vztah funkce a k ní <i>primitivní funkce</i></li> <li>○ určí <i>primitivní funkci k základním funkcím</i>, využívá <i>metodu per partes a větu o substituci</i></li> <li>○ uvědomuje si rozdíl mezi <i>primitivní funkcí</i> a <i>určitým integrálem</i>, vypočítá <i>hodnotu určitého integrálu</i></li> <li>○ využívá <i>určitý integrál k výpočtu obsahu plochy a objemu rotačního tělesa</i></li> </ul>	
<b>Opakování učiva</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ prohlubováním, upevňováním a procvičováním učiva se student připravuje na maturitní zkoušku</li> </ul>	Využívání sbírek příkladů na webových stránkách (např. <a href="http://priklady.com">priklady.com</a> ) za účelem efektivního opakování učiva